

A VALÓSZÍNŰSÉGI ELVEN TÖRTÉNŐ MÉRETEZÉS TÖRTÉNETI ELŐZMÉNYEI HAZÁNKBAN

Farkas György – Kovács Tamás** – Szalai Kálmán****

RÖVID KIVONAT

A tartószerkezeti Eurocode szabványok által alkalmazott méretezési elveket tartalmazó MSZ EN 1990 „A tartószerkezeti tervezés alapjai” (EN 0) [1] szabvány részben a kelet-európai országok - köztük Magyarország - XX. század második felében alkalmazott tervezési gyakorlatának tapasztalataira épül. Az 1949-51 években bevezetett magyar tervezési szabványok (MSZ, Hídszabályzat) már valószínűségi méretezési elvre épültek. Az erőtani követelmények teljesülését hazánkban az optimális biztonság fogalmán alapuló osztott biztonsági tényezővel eljárásal kell vizsgálni immár ötven éve. A hazai tervezés alapjául szolgáló eljárás az alapelveket tekintve szinte adatbázisszerű előzménye az EN 0-ban közölt megbízhatósági eljárásnak. A következőkben a betonszerkezetek kapcsán áttekintést adunk a valószínűségi elven alapuló megbízhatósági eljárásról, ennek a hazai méretezési eljárásokban meglévő előzményeiről, továbbá ezek alkalmazási tapasztalatairól.

1. AZ OSZTOTT BIZTONSÁGI TÉNYEZŐS MÉRETEZÉSI ELJÁRÁS KIALAKULÁSÁNAK ELŐZMÉNYEI

1.1. A hazai szabályozási időszakok

A hazai szabályozás legfontosabb időpontjait az 1. táblázatban mutatjuk be. Szabályozati előírásaink 1900 és 1949 között nyugat-európai minták alapján (és ezek hatására) a szerkezet rugalmas állapotának feltételezésével a megengedett feszültséges méretezési eljárás szerint írták elő a szerkezetek erőtani megfelelőségének vizsgálatát [2]. 1950-től kezdve a méretezés a határállapotok-módszerén alapult. Határállapoton a tartószerkezet egy előírt valószínűséggel bekövetkező, nem kívánt állapotát értették. Ha a nem kívánt állapot a teherbírás elveszésével járt együtt, akkor azt teherbírás határállapotnak nevezték. Ha a szerkezet nem kívánt állapota a szerkezet korlátozott használhatóságát eredményezte, akkor azt az állapotot használhatósági (ma használhatósági) határállapotnak nevezték. Az 1950. évi Ideiglenes Közúti Hídszabályzat (KH) és az 1951. évi Országos Magasépítési Méretezési Szabályzat (a továbbiakban: MSZ'51) a teherbírás határállapotok vizsgálatát törési (képlékeny), a használhatósági határállapotok vizsgálatát rugalmas állapot feltételezésével, osztott

* okl. építőmérnök, Dr. habil, egyetemi tanár, BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke

** okl. építőmérnök, egyetemi tanársegéd, BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke

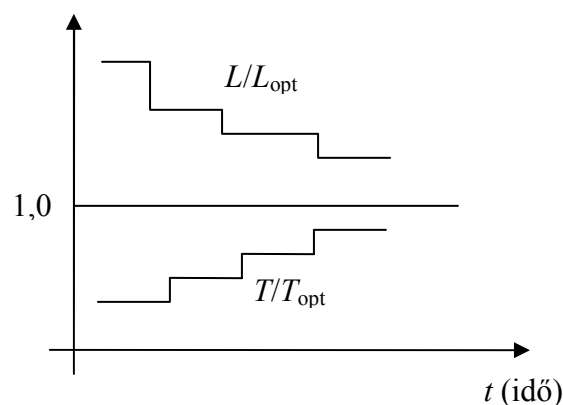
*** okl. mérnök, MTA doktor, kutató professzor, BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke

biztonsági tényezőket alkalmazó fél(ig) valószínűségi méretezési eljárás alapján írta elő [3],[4],[5].

1. táblázat: A hazai szabályozási időszakok

| Időpont | A méretezési eljárás jellemzése |
|-----------|--|
| 1909-1910 | Rugalmas állapot vizsgálata a megengedett feszültséges méretezési eljárás alapján |
| 1931 | |
| 1949 | |
| 1949-1950 | Képlékeny és rugalmas állapot vizsgálata osztott biztonsági tényezőket alkalmazó fél(ig) valószínűségi méretezési eljárás alapján |
| 1957 | |
| 1971 | |
| 1980-1985 | |

A kialakuló méretezési módszerek célkitűzéseit és azok elvét áttekintve megállapítható, hogy kezdetben elsősorban az építési tapasztalatokra támaszkodva, számítás nélkül vagy egészen kezdetleges számításokkal határozták meg az építmény L geometriai méreteit. Az elemi szilárdságtani tudományág fejlődése lehetővé tette az ún. *megengedett feszültségek módszerének* elterjedését, melynek keretében gyakran alkalmazott (az építési gyakorlatban bevált) méretek alkalmazásával feszültségszámításokat végeztek, majd ezek eredményét az előírt megengedett feszültségekkel hasonlították össze. Az erőtani ismeretek és az építési tapasztalatok bővülésével, továbbá az ellenőrzött ipari módszerek elterjedésével párhuzamosan a szerkezet teherbírásának megbízhatóbb meghatározása vált lehetővé. E fejlődés eredményeként kialakult egy új tudományág, a képlékenységtan (törésmélettan), amely együtt járt a laboratóriumban végzett törési vizsgálatok elterjedésével, továbbá lehetővé vált a szerkezet T_i teherbírásának elméleti és kísérleti úton való egyre megbízhatóbb meghatározása.



1. ábra: Az L_{opt}/L ill. T/T_{opt} és a t idő kapcsolata

A szerkezetek L_0 optimális geometriai méreteit legjobban megközelítő értékeket eredményező tervezési összefüggések a következő párhuzamos folyamatok eredményeképpen alakultak ki (1. ábra). Az évek során a méretezés során alkalmazott

megengedett feszültségeket fokozatosan növelték, ezzel párhuzamosan a számításba vett terhek értékeit fokozatosan csökkentették. Ezzel az építmény (L_{opt} geometriai méreteitől függő) T_{opt} optimális teherbírását „alulról” míg a szerkezet L_0 optimális méreteit „felülről” közelítették meg [6].

A törési biztonságon alapuló eljárás a törési állapot feltételezésével meghatározott belső erők és a külső erők összehasonlítására épült. A külső és a belső erők összehasonlításakor általában nem feszültségek, hanem igénybevételek vagy egyes esetekben terhek összehasonlítására került sor. A használati határállapotok vizsgálatakor kezdetben a töréshez tartozó teherbírás értékének egy bizonyos hányadát vették figyelembe [7].

Az optimális teherbíráshoz való közelítés során kiderült, hogy egyes esetekben nem a töréssel járó teherbírásvesztés, hanem valamely ezzel szorosan kapcsolatban nem lévő egyéb szerkezeti elváltozás (pl. alakváltozás) tette a szerkezetet használatra alkalmatlanná. Ez a megfontolás eredményezte azt, hogy a szerkezetek méretezési gyakorlatában az ún. *határállapotok módszere* került előtérbe. Ekkor a szerkezet használhatatlanná válásának kimutatásához a határállapotok fizikailag lehetséges kialakulásának valószínűségét vizsgálják és a szerkezeti méretek szempontjából a legkedvezőtlenebb (legalacsonyabb teherszinten, adott valószínűséggel bekövetkező) határállapotot tekintik kritikusnak [8],[9].

1.2. A biztonsági tényezős méretezési eljárások kialakulása

A hagyományos eljárások közös tulajdonsága, hogy az építmények létesítése és üzemeltetése során fellépő bizonytalanságok miatt az elvárthoz viszonyítva kedvezőtlen erőtani viselkedés „kivédése” érdekében biztonsági tényezőket alkalmaznak.

2. táblázat: Az osztott biztonsági tényezős eljárás bevezetésének előzményei

| Év | Név/megnevezés | Kiadvány/Cselekmény |
|------|---------------------------------|---|
| 1914 | Kazinczy G. | „Kísérletek befalazott tartókkal” (Betonszemle) |
| 1926 | Mayer, M. | „Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Genz-kraften austatt nach zulassigen Spannungen” (Berlin, könyv) |
| 1928 | Kazinczy G. | σ_{eng} kritikája, a biztonság értelmezése (Bécs, IVBH) |
| 1931 | Kazinczy G. | „n”-mentes számítás (Zürich, RILEM) |
| 1936 | Moe, A.J. | Az osztott bizt. tényezős elv matematikai felírása |
| 1942 | Kazinczy G. | „Az anyagok képlékenységeinek jelentősége a tartószerkezetek teherbírása szempontjából” Egyetemi Nyomda kiadványa, Budapest |
| 1943 | U37-42 Szovjet Műszaki Utasítás | „Utasítás vasbetonszerkezetek háborús körülményekben való tervezéséhez és kivitelezéséhez” |
| 1950 | KPM | Ideiglenes Közúti Hídszabályzat |
| 1951 | ÉTI | A magasépítési vasbetonszabályzat kiegészítése és módosítása |
| 1951 | Gábor P.-Menyhárd I.-Rózsa M. | „Vasbeton szerkezetek új méretezési módja. A biztonsági tényezőkön és a törési elméleten alapuló számítási módszer” Budapest, 1951. |

Az idők során a biztonsági tényezőknek kétféle rendszere alakult ki [7], ezeket akkor

- egységes biztonsági tényező, ill.
- osztott biztonsági tényező

rendszernek nevezték el.

Egységes biztonsági tényezőt alkalmaz a megengedett feszültségek módszere és kezdetben a törési biztonságon alapuló eljárás is.

A méretezés alapösszefüggése itt

- a megengedett feszültségek módszerénél:

$$\sigma_{\max}(S_m, L_m) \leq \sigma_{\text{adm}} = \frac{R_m}{\gamma_1}$$

- a törési biztonságon alapuló eljárás első változatánál

$$S(\gamma_2 F_m, L_m) \leq R(R_m, L_m) \quad (1)$$

formában adható meg. A fenti kifejezésekben:

- σ_{\max} a rugalmasságtan elvei szerint számított legnagyobb feszültség,
- σ_{adm} az anyagszilárdság jellemzésére szolgáló megengedett feszültség,
- S_m, L_m és R_m a teher (igénybevétel), a geometriai méret és a szilárdság átlagos (várható) értéke;
- S, R az F_m teher és az L_m geometriai méret, továbbá az R_m szilárdság várható értékéből a képlékenységtan (törésmélet) elvei szerint meghatározható teher illetve teherbírás;
- γ_1, γ_2 az egységes *biztonsági* tényező, mely az anyagtól ill. a szerkezettől függően általában különböző, és időben változó értékű.

Osztott biztonsági tényezőket alkalmaz a határállapotok módszere. A határállapotok módszerénél a méretezés alapösszefüggése:

$$Y_S(\gamma_{Fi} F_{mi}, L_{mi}) \leq Y_R(R_{mi}/\gamma_{Ri}, L_{mi}, H_a) \quad (2)$$

alakban írható fel, ahol a fent ismertetett jelöléseken túl:

- γ_{Fi} és γ_{Ri} a teherre és a teherbírásra vonatkozó osztott biztonsági tényezők, melyek általában a teher típusától és az anyagtól függően eltérőek,
- Y_S ill. Y_R az L geometriai méretek alapján az F_m terhek és hatások, vagy az ezekből számítható igénybevételek, illetve az R_m teherbírás (szilárdság) várható értékéből a γ_F és γ_R figyelembevételével számítható mértékadó igénybevétel, ill. határigénybevétel,
- H_a a határállapotok azon esetei (alakváltozás, repedés stb.), amikor a szerkezet használatát gátló elváltozásban a szilárdság döntő szerepet nem játszik.

1.3. Az osztott biztonsági tényezők Mayer szerinti értelmezése

A biztonsági tényezők jelentősége a méretezési eljárásokban az, hogy a szerkezet teherbírásában szerepet játszó paraméterek bizonytalanságainak következményeit

korlátozza. A matematikában elért eredmények alapján az építéstudománnyal foglalkozók - a geodéziai hibabecslés alapján - már igen régen felfigyeltek arra, hogy a szerkezeti paraméterek *valószínűségelméleti törvényekkel* írhatók le legmegbízhatóbban. M. Mayer könyvében [3], már 1926-ban Jordán Károly magyar műegyetemi matematikus eredményeire hivatkozva - normál eloszlás feltételezésével - kifejti, hogy a teherbírásban szerepet játszó paraméterek esetén (pl. geometriai méretek, saját súly, esetleges teher) az ellenállás számítása során a háromszoros szórás figyelembevételével állapítható meg a számításba veendő Y_{Sz} érték (eredeti jelölésekkel):

$$Y_{Sz} = D \pm 3 m \quad (3)$$

ahol D az adott paraméter várható értéke, m pedig annak szórása.

A méretezéselméletben fontos lépés volt az is, hogy Mayer könyvében javaslatot találunk a több független valószínűségi változót (paramétert) tartalmazó

$$X = f(l_1, l_2 \dots) \quad (4)$$

teherbírás vagy teher küszöbértékének meghatározására. Eszerint az adott X paraméter szórásának meghatározása matematikailag az

$$M = \sqrt{\left(\frac{\delta f}{\delta l_1} m_1\right)^2 + \left(\frac{\delta f}{\delta l_2} m_2\right)^2 + \dots} \quad (5)$$

formában határozható meg. A számításba vehető küszöbérték pedig

$$X_k = X \pm 3M \quad (6)$$

ahol X a teherbírás vagy a teher várható értéke. Mayer a könyvében konkrét mérési eredmények feldolgozásának közlése után javaslatot tesz az osztott biztonsági tényezők értékeire is. A ± 3 -szoros szórás figyelembevételével kiszámított értéket Mayer azért tekinti elfogadhatónak, mert mint írja: „gyakorlatilag ezen a tartományon belül található az esetek 100%-a (pontosabban, mindkét végletet figyelembe véve az esetek 99,73%-a)”.

Érdekes adat, hogy a háromszoros szórásértékek mérlegelése alapján Mayer

- az esetleges teherre 1,30,
- az önsúlyra általában 1,15, vasbeton esetén 1,25,
- a hőteherre 2,00.

értéket javasol figyelembe venni. A betonszilárdság számításba veendő értékénél azonban a szerző nem elégszik meg a háromszoros szórás levonásával. A javaslata ezen kívül - feltehetően az addig "bevált" méretekhez való igazodás érdekében - még egy 2-es osztó felvételét is tartalmazza. A betonszilárdság számításba vehető σ_d értéke tehát Mayer szerint:

$$\sigma_d = \frac{D - 3m}{2}. \quad (7)$$

2. TUDOMÁNYTÖRTÉNETI ELŐZMÉNYEK

2.1. A Mayer-féle módszer kelet-európai bevezetésének történelmi előzményei

A Mayer-féle javaslat - mint általában minden lényeges változtatás - évtizedeken keresztül a gyakorló mérnökök ellenállásába ütközött. Ez természetes és napjainkban is így van. A szerkezettervezés ugyanis hagyományokra épülő, felelősségteljes mérnöki munka, és a gyakorló mérnök a bevált módszerein általában nem szívesen változtat. A kongresszusokon, irodalmi közleményekben megjelenő és gyökeres módosítást indokoló kutatási eredmények gyakorlati bevezetésére kényszerítő körülmények nélkül kicsi a fogadókészség. A biztonságot is érintő és a hagyományt gyökeresen módosító új eljárás bevezetéséhez rendkívüli helyzetre van szükség. Ilyen rendkívüli helyzet alakult ki a II. világháború alatt az akkori Szovjetunióban, majd a kelet-európai országokban a háború után. Ehhez bizonyos szempontból hasonló helyzet Nyugat-Európában az Európai Unió létrejötte is.

A Szovjetunióban 1942-ben adták ki azt a Műszaki Utasítást, amelyben a Mayer-féle javaslatot olyan módosítással vezették be, hogy az R_d szilárdság számítási értékének képzésénél a 2-es tényezőt elhagyták. A kockázat megjelenítéséhez (illetve annak megnöveléséhez) és hallgatólagos elfogadtatásához háborús helyzetre és ennek megfelelő rendelkezési állapotra volt szükség.

A Mayer-féle felfogásra épített szabályzatot a világon először Magyarországon vezették be 1950-ben [4], [9]. A bevezetéshez szükséges rendkívüli helyzetet pedig a szovjet példa átvételére ösztönző politikai elvárás teremtette meg. A nemzetközi tudományos társaságokban és a hazai tudós személyiségek által korábban kiművelt új méretezési eljárást [3], [10] jól ismerte Menyhárd István. A jól tájékozott, a szakmai elit csúcán lévő Menyhárd István felismerte a rendkívüli helyzetet és szovjet példa követésére való hivatkozással javasolta a Gvozgyev [8] által pontosított Mayer-féle felfogás magyar szabványként (MSZ'51) szabályzatként való bevezetését. A szovjet-orientált hatalom a javasolt szabályzatot bevezette. Az akkori új magyar szabályzat biztonsági szintje megközelítően azonos volt, vagy alig volt kisebb, mint a megengedett feszültséges eljárásban meglévő korábbi biztonsági szint [11].

Tudománytörténeti érdekesség, hogy amikor a fenti háborús utasítást a Szovjetunióban 1952/53-ban országos (GOSZT) szabványként javasolták bevezetni, a konzervatív ellenzők politikai és szakmai oldalról támadták a tervezetet. Annak védelmében Gvozgyev professzor egyik legfontosabb érve - a jelenlévő magyar aspiránsok beszámolóí szerint - a MSZ'51 szabvány kedvező tapasztalataira való hivatkozás volt. A szovjet szabályzat elfogadását követően a többi kelet-európai ország is sorra elfogadta a Mayer-féle koncepcióra épülő szabályozási elvet. További érdekesség, hogy az EN 0 jelenlegi biztonsági szintjének kialakításánál - a hetvenes évek végén 35 ország közreműködésével készült próbaszámítások eredményei alapján - a szerzők az alacsonyabb biztonsági szintet képviselő magyar szabványokra való hivatkozással figyelembe vették az e területen elért hazai eredményeket is.

2.2. Valószínűségelméleti előzmények

A Mayer-féle osztott biztonsági tényezős eljárást a határállapotokon alapuló módszerként vezették be. Ezt a méretezési eljárást később félig valószínűségi módszernek nevezték el. A félig valószínűségi (vagyis csak részben valószínűségelméleti alapon álló) módszer lényegében azt jelenti, hogy a nem kívánt állapot (teherbírás kimerülése, használhatóság korlátozottsága, stb.) kialakulásának valószínűségét optimális szinten választják meg, az osztott biztonsági tényezőket pedig ennek figyelembevételével írják elő a szabályzatok.

A határállapotok módszere az építéstudomány korábbi eredményeinek rendkívül célravezető rendszerezése ill. továbbfejlesztése volt. A Gvozgyev által kidolgozott határállapotok módszerét megelőzően [8]:

- „a matematikai statisztika és valószínűségelmélet mérnöki alkalmazásának kezdeti próbálkozásai megtörténtek;
- a szerkezetek teherbírásának ill. vasbeton esetében a rugalmassági határon túli viselkedésének számításba vételére alkalmas képlékenységtani (törési) elméleti eljárások kialakultak;
- a használatos (egyetlen biztonsági tényezős) méretezési eljárások keretén belül a jelentős változtatás lehetőségei kimerültek;
- a háborús erőfeszítések és veszteségek gazdasági kényszerként jelentkeztek az anyagok és a szerkezetek teherbírásának jobb kihasználása érdekében”.

A matematikai statisztika az ötvenes évek elején a matematikának viszonylag új területe volt. A XVI. és XVII. században B. Pascal és P. Fermat az akkor divatos szerencsejátékokkal kapcsolatosan tisztázták a valószínűségelmélet alapelveit. Bernoulli, Laplace, Gauss, Moivre egy-egy lényeges tétellel és fogalommal gazdagították a valószínűségszámítást. Poisson és Markov voltak a sztochasztikus folyamatok elméletének megalapítói. A matematikai statisztika nagy tudósa K. Pearson és A. N. Kolmogorov volt. A matematikai statisztika és a valószínűségelmélet kezdeti mérnöki alkalmazását említett munkájában M. Mayer végezte el feltehetően Jordán Károly magyar matematikus szellemi hatását is felhasználva [3].

A valószínűségszámítás első mérnöki alkalmazásának sorában találjuk Kazinczy Gábor magyar tudóst is. Kazinczy 1942-ben megjelent, mérnöki továbbképzői előadásait tartalmazó [12] kiadványában Mayer és Jordán nyomán kifejti a valószínűségelméleten alapuló általános elképzeléseit. E szerint normál eloszlás feltételezésével meg lehet állapítani a törés valószínűségét, majd a szerkezetet úgy kell méretezni, hogy a létesítmény hozama - a karbantartást és felújítást is beszámítva - maximális legyen [13].

2.3. A képlékeny alapon történő méretezés kezdete

A tartószerkezetek töréshez tartozó teherbírásának képlékenységtani alapon történő vizsgálatában jelentős személyiség volt a magyar Kazinczy Gábor.

A Betonszemle 1914. április, május, júniusi számaiban jelent meg Kazinczy Gábor "Kísérletek befalazott tartókkal" című munkája [10]. A cikk nagy jelentőségű volt, mert ott történik először utalás az anyag képlékeny viselkedésének a teherbírásban betöltött szerepére. E cikkben Kazinczy kifejti a folyási mechanizmus és a plasztikus csukló jelenségét, megemlítve, hogy

"...egy befalazott tartó akkor hajolhat be, ha három helyen a feszültség legalább akkora, mint a folyási határ..."

A plasztikus csuklóról Kazinczy kifejti:

"...a gerenda úgy működik, mintha a szóban forgó helyen csuklók volnának, vagyis ezeken a helyeken a nyomaték értéke ugyanakkora marad mint volt, amikor a vas a folyási határt elérte..."

Kazinczy Gábor további munkáinak egész sora foglalkozik a képlékenységtan elvei szerinti méretezés problémáival.

3. VASBETON SZERKEZETEK HATÁRÁLLAPOTOKON ALAPULÓ MÉRETEZÉSÉNEK BEVEZETÉSE KELET-EURÓPÁBAN

3.1. A Menyhárd-féle szabályozás

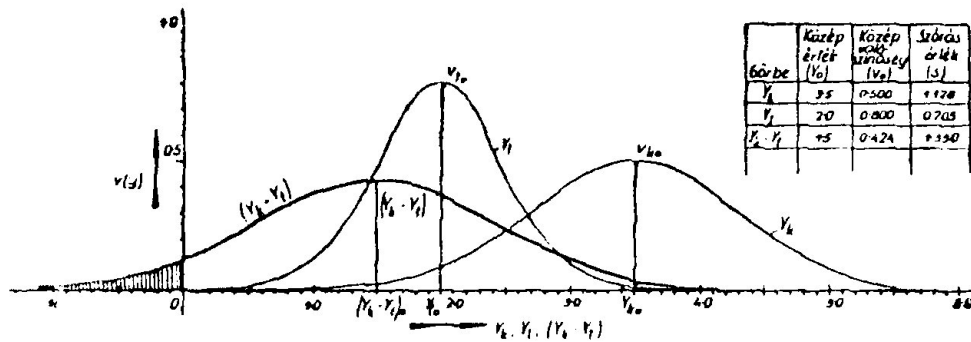
A vasbetonszerkezetekre vonatkozó, a törési állapotra épülő és (továbbra is) egyetlen biztonsági tényezőt alkalmazó számítási eljárást az akkori Szovjetunióban 1938-ban emelték országos szabvány szintjére.

A módszer lényeges eleme az, hogy a vasbeton III. feszültségi állapotának feltételezésével a szilárdság várható értékével számolnak. Az előírások szerint bizonyos esetekben számításba vehető a képlékeny igénybevétel-átrendeződés. A szerkezet kimutatott teherbírását elosztják az egyetlen biztonsági tényezővel. Ezen biztonsági tényező értéke azonban változó volt az állandó és esetleges teher arányától ill. a vizsgált szerkezet jellegétől függően 1,5 és 2,2 értékek között.

A törési állapoton alapuló módszer és a Mayer-féle felfogás háborús viszonyokban történő alkalmazásának tapasztalataira támaszkodva 1949-re lényegében kialakult a határállapotokon alapuló új méretezési eljárás. A Szovjetunióból hazatért magyar szakemberek, elsősorban Hilvert Elek közvetítésével a szovjet előírásokból a magyar építéstudomány kiválóságai, Menyhárd [4], Korányi [11] és mások értesültek. Erről a körülményről Menyhárd így ír (a sajnálatosan ma kevesek által ismert) könyvében [4]:

„...A Szovjetunió magasépítési vasbetonszabályzatának 1950. évi tervezete elkészült. Irodalmi közleményekből ismerjük ennek részleteit. Az új szabványtervezet már e fejezetekben elmondott elvek (szerző: a határállapotok módszeréről van szó) teljes figyelembevételével készült...”

Menyhárd ebben a határállapotok módszerét bemutató könyvében továbbfejlesztvén a Gvozgyev-féle kutatás addigi eredményeit, a biztonság korszerű megfogalmazását is megadja. Eszerint a biztonság a szerkezet tönkremeneteli valószínűségeivel jellemezhető, mely az ellenállás és a teher sűrűségfüggvény-különbség sűrűségfüggvény negatív szakaszának relatív nagyságával jellemezhető.



2. ábra: A biztonság Menyhárd-féle értelmezése (eredeti ábra)

Érdekes hivatkozás található Menyhárd könyvében a szovjet vízepítményekre vonatkozó új előírásokra:

"...a szovjet előírások meg is adják építmény-kategóriák szerint a szerkezet állékonyságának valószínűségét kifejező számot és a számítási módjuk is alkalmazkodik ezekhez a kategóriákhoz. Így pl. I. oszt. építményeknél az állékonyság valószínűségét 1/2500-adra írják elő, II. oszt. építményeknél 1/740-edre, III. oszt. építményeknél 1/250-re. Az építményeket a szerint kell I., II., vagy III. osztályúnak minősíteni, hogy milyen nagy az az érdek, amit az építmény érint. Így pl. egy völgyzáró gát nyilván I. oszt. építmény, mert tönkremenetele igen nagy érdekeket érint, árvíz okozta pusztulás, energiaszolgáltatás megszűnése lehet a következménye. Ugyanezen gát fenékkiürítőjének zsilipje III. osztályúra tervezhető, mert ha baj történik vele, nem okoz nagyobb kárt, mint saját értéke)...".

3.2. A Gvozgyev-féle szabályozás

A Gvozgyev-féle építéstudományi iskola képviselői Menyhárd könyvével egy időben ugyancsak kiadták a határállapotokon alapuló új méretezési módszerről írt indoklásukat [14]. A szerzők a könyvben ismertetik a határállapotokon alapuló módszer elvi alapjait és alkalmazását a vasbeton-, kő-, acél- és faszervezetekre egyaránt. A határállapotok (teherbírási, alakváltozási, repedéstágassági) ilyen részletes ismertetése és indokolása az irodalomban itt szerepel először. Az osztott biztonsági tényezők teljes sora megjelenik e munkában és azok indokolása ma is jól hangzik.

A szerzők elvi állásfoglalása a határállapotok értelmezésével kapcsolatosan a következő:

"...a határállapotok szerinti számítás módszere a lehető legkisebb teherbírás kimutatását célozza..."

Az anyagszilárdság legkisebb (számítási) értékét a szerzők a Mayernél [3] található

$$R_d = R_m - 3 s_R \quad (8)$$

képlettel határozzák meg országos adatok alapján (ahol R_m a várható érték). Ennek alapján bevezetik az ún. egyenmúségi tényezőt, melyet

$$k = \frac{R_d}{R_m} = 1 - 3 \frac{s_R}{R_m} \quad (9)$$

formában adnak meg (a beton esetében Mayernél szerepelt 2-es szorzó tehát elmaradt). A k egyenmúségi tényezők értékei a különböző anyagokra a következők:

- beton esetén $k = 0,55-0,65$;
- acél esetén $k = 0,85-0,90$;
- kő- és téglá esetén $k = 0,40-0,60$;
- fa esetén $k=0,44-0,75$.

Az R_m értéke beton esetén a hasábszilárdságra, acél esetén pedig a folyási határra vonatkozik.

A teherbírési határállapotok vizsgálatánál a teher lehetséges legnagyobb értékét kell figyelembe venni, melyet a teher ún. normatív (másként: alapérték) értékének, adott biztonsági tényezővel való szorzása útján lehet megkapni. Egyéb határállapotok esetén a normatív (alapértékű) terheket kell számításba venni.

4. A VÁLLALHATÓ KOCKÁZAT MÉRTÉKÉRE VONATKOZÓ HAZAI KUTATÁSOK EREDMÉNYEI

4.1. Félig valószínűségi módszer

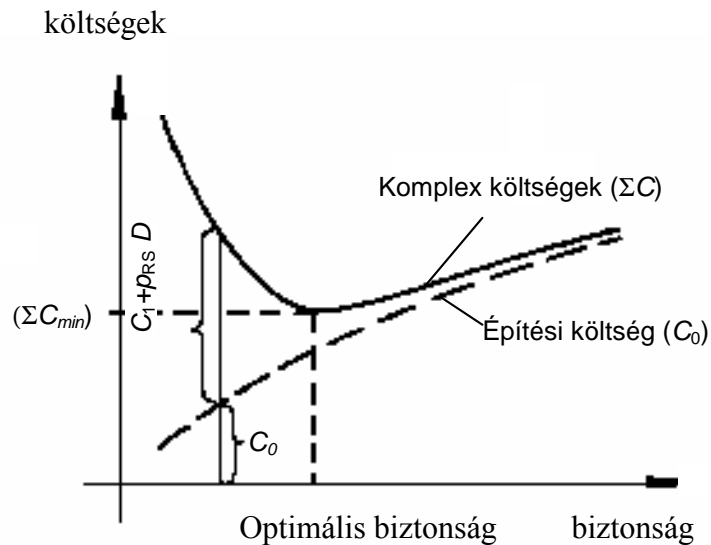
A határállapotok módszerének gyakorlati bevezetése világszerte részletes és széleskörű elméleti és kísérleti jellegű kutatást indított el [15]. Ebben a kutatómunkában tevékenyen működtek közre a magyar építéstudomány képviselői is ([16], [17], [18], [19], [13], [2], [20], [5], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29]) évtizedeken át.

A kiérlelt vélemény szerint a félig valószínűségi módszer lényegében azonos a határállapotok módszerével azzal az eltéréssel, hogy itt a tönkremenetel várható értékét az optimális mértékkel országos szinten választják meg, az osztott (parciális) biztonsági tényezőket a vállalható kockázatból kiindulva, a valószínűségelmélet és a matematikai statisztika eszköztárával határozzák meg.

4.2. A Kármán T. és Mistéth E. féle optimális vagy vállalható kockázat

A félig valószínűségi eljárás keretében alkalmazott biztonsági tényezőket a nemkívánt állapot előfordulásának valószínűségéből, illetve a vállalható (vagy optimális) kockázatból kiindulva állapították meg [17], [18]. A vállalható kockázatot az esetleges tönkremenetelkor keletkező (közvetlen és közvetett) anyagi károk, a személyi

sérülésből eredő károk [17], az elmaradt haszon és a helyreállítási költségek mérlegelésével lehet meghatározni.



3. ábra: Az optimális biztonság értelmezése

Az optimális vagy vállalható kockázatot a komplex költségek

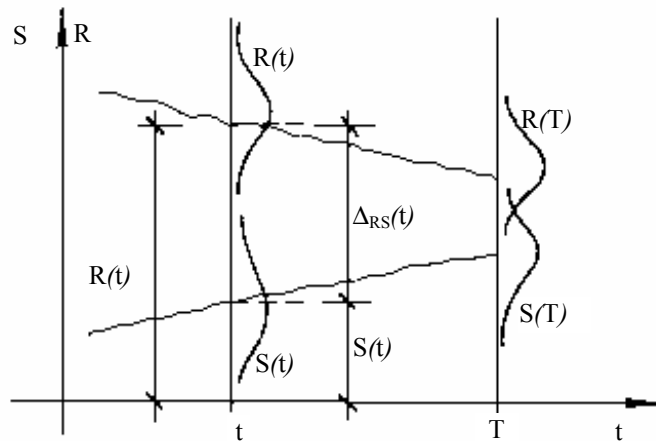
$$C = C_0 + C_1 + p_r D \quad (10)$$

függvényének (3. ábra) minimumát vizsgálva kereste Kármán T. és Mistéth E. Az összefüggésben C_0 a tartószerkezet építési költsége, C_1 a fenntartási költség, D a p_r valószínűséggel bekövetkező tönkremenetellel járó kárösszeg, amely tartalmazza a személyi sérülésekkel járó veszteséget és az elmaradt hasznot is. A tervezett T élettartam

$$0 \leq t \leq T \quad (11)$$

teljes idejére vonatkozóan Mistéth szerint a következő összefüggés érvényes (4. ábra):

$$\text{Pr ob}[R(t) - S(t) = \Delta(t) \geq 0] \geq (1 - p_r) \quad (12)$$



4.ábra: Az ellenállás és az igénybevétel változása az idővel

A komplex költségek minimumához tartó p_{opt} optimális, vagy vállalható kockázatot a következő összefüggésekkel adták meg:

$$p_{\text{opt}} = \frac{1}{b \cdot \delta} \quad (\text{Kármán Tamás}), \quad (13)$$

$$\frac{1}{p_{\text{opt}}} = \frac{2,3}{b_1} \left(\frac{D}{C_0} + 1,5 \right) \quad (\text{Mistéth Endre}). \quad (14)$$

A fentiekben:

t az idő;

T a szerkezet tervezett élettartama;

$R(t)$ és $S(t)$ a teherbírás és a teher t időpontban tapasztalt tényleges értékei;

$\delta = D/C_0$ a kárhányad;

D az építmény esetleges tönkremenetelkor bekövetkező közvetlen és közvetett anyagi és személyi veszteséggel járó kárérték;

C_0 a tartószerkezet építési költsége;

b az építmény használati feltételeitől és anyagától, továbbá a vizsgálati modelltől függő tényező, melynek átlagos értéke Kármán szerint $b = 80$ [16], [17];

b_1 az építmény méretezésének alapjául szolgáló paraméterektől függő tényező, melynek értéke a választott építőanyag szilárdságának szórásától függően Mistéth szerint 0,03-0,10 között változik [18], [19].

4.3. A Kármán-féle elegendő biztonság

Az optimális, vagy vállalható kockázat fogalmának és számszerű értékének elfogadottá tétele érdekében Kármán T. megfogalmazta, hogy a tartószerkezetnél nem az "abszolút", hanem csak az *elegendő biztonság* megteremtése lehet a cél. Az elegendő

biztonság a szerkezet azon képességét jelenti, amely meghatározott megbízhatósággal biztosítja az élettartam alatt a rendeltetésszerű használatot. Minél nagyobb ez a megbízhatóság, annál nagyobb a szerkezet biztonsága és annál kisebb a tönkremenetel valószínűsége.

A tartószerkezet optimális kockázatának (p_{opt}) meghatározásához a világon először Kármán T. vette figyelembe a tartószerkezet esetleges tönkremenetelével járó emberi veszteségeket [16], [17]. Az optimális kockázat mértékének és benne az emberi veszteségek meghatározásának módját Kármán T. (1964-ben készített tanulmánya alapján) az 1968-ban rendezett barcelóniai CEB konferencián ismertette. A személyi sérülésekből eredő kár fogalmának és értékének meghatározására vonatkozó Kármán-féle felfogást a vallásos és ateista meggyőződésű kutatók és hivatalos személyek akkor általános felháborodással fogadták itthon és külföldön, keleten és nyugaton egyaránt. A tönkremenetellel járó emberi veszteség mértéke ugyanis szubjektív módon felbecsülhetetlen, végtelenül nagy. A társadalom egészét érintő kárt azonban a tartószerkezet biztonságának meghatározásához értékelni kell és értékelni is lehet, hangsúlyozta Kármán T. A munkaképesség teljes elvesztésével vagy éppen halállal járó kár értéke Kármán T. szerint a fejlett országok negyvenévi bruttó nemzeti összjövedelemének egy főre számított (diszkontált) értéke. Másként fogalmazva, negyven évi munkaképes időszak alatt létrehozható, a baleset következtében kieső bruttó nemzeti összjövedelem egy főre eső összege. Az így számított érték nagyságrendjében megfelelt annak amit a repülőgépi balesetek után a nyugati biztosító társaságok egy főre akkor kifizettek. Évtizedeknek kellett eltelni ahhoz, hogy Kármán T. elmélete általánosan elfogadottá váljon.

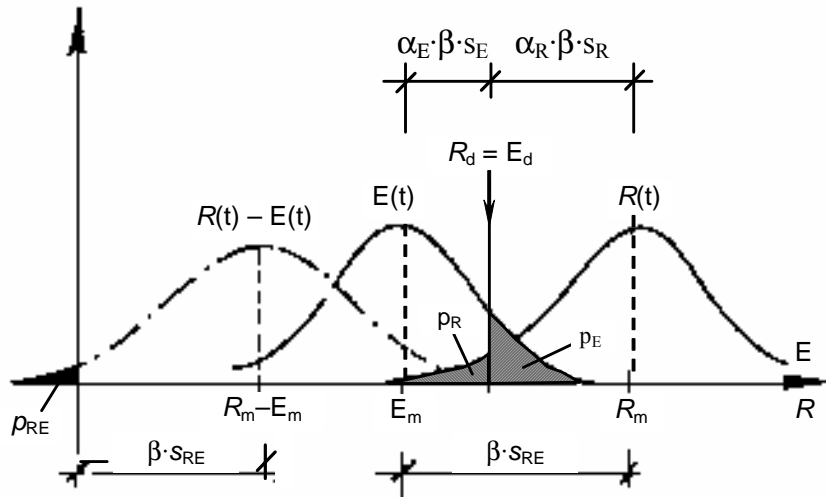
Az elegendő biztonság p_{opt} mértéke általában az egyes építményekre, de egy épület különböző részeire is eltérő. Kármán T. féle vizsgálatok szerint, magasépítési szerkezetek esetén a kárhányad értéke átlagosan $\delta = 125$, s ennek megfelelően az elegendő biztonság vagy vállalható kockázat értéke $p_{opt} = 10^{-4}$, az ehhez tartozó megbízhatóság $M = 1 - p_{opt} = 0,9999$, amelyhez elvileg $\beta_{opt} = 3,719$ értékű biztonsági index rendelhető. Figyelemre méltó, hogy az EN 0 szabványban az előírányzott kockázat mértéke $p = 10^{-4}$ és az ehhez rendelt biztonsági index értéke $\beta = 3,8$.

5. SZERKEZETEK TEHERBÍRÁSÁNAK VIZSGÁLATA MEGBÍZHATÓSÁGI ELJÁRÁSSAL

A tartószerkezeti teherbírás megfeleléségének igazolása elvégezhető a megbízhatósági elméleten alapuló alábbi eljárással [7]. A teherbírás megfeleléségét az ellenállás R_m , illetve a hatás oldali G_m állandó és $Q_m = Q_{1m} + \sum_{i=2}^n \Psi_{0i} Q_{im}$ esetleges terhek várható értékeinek felhasználásával kell igazolni, ahol Q_{1m} a kiemelt esetleges teher, Q_{im} az i -edik, nem kiemelt esetleges teher és Ψ_{0i} a Q_{im} -hez tartozó egyidejűségi tényező.

5.1. A teherbírás megfelelőségének igazolása

A $E_m = G_m + Q_m$ hatás együttes kezelése és összehasonlítása az R ellenállással az alábbi 5. ábra alapján értelmezhető.



5. ábra: A teher és az ellenállás sűrűségfüggvényei

Az ábra szerint a szerkezet teherbírása megfelelő, ha

$$R_d - E_d \geq 0 \quad (15)$$

ahol:

R_d az ellenállás tervezési értéke, amely

$$R_d = R_m \exp(-\beta \cdot \alpha_R \cdot v_R) \quad (16)$$

E_d a hatás oldal tervezési értéke

$$E_d = \left[G_m (1 - \beta \cdot \alpha_G^{(-)} \cdot v_G) + Q_m (1 - \beta \cdot \alpha_Q^{(-)} \cdot v_Q) \right] \quad (17)$$

ahol a fentiekén kívül α_G és α_Q az ún. érzékenységi tényezők (ld. a 6.2. szakaszt), v_G és v_Q az állandó és az esetleges teher relatív szórásai (ld. a 6.3. szakaszt).

5.2. A globális biztonsági tényező

A teherbírás követelmény teljesül, ha

$$R_m \geq \exp\left[\beta \cdot \alpha_R^{(+)} \cdot v_R\right] \cdot \left[G_m (1 - \beta \cdot \alpha_G^{(-)} \cdot v_G) + Q_m (1 - \beta \cdot \alpha_Q^{(-)} \cdot v_Q) \right] \quad (18)$$

ahol az α_i -k az ún. érzékenységi tényezők, melyek a következőképpen számíthatók:

$$\alpha_R = \frac{R_d \cdot v_R}{\Sigma(\kappa_i)^2}; \quad \alpha_G = \frac{G_m \cdot v_G}{\Sigma(\kappa_i)^2}; \quad \alpha_Q = \frac{Q_m \cdot v_Q}{\Sigma(\kappa_i)^2}; \quad \Sigma\alpha_i^2 = 1; \quad (19)$$

$$\sqrt{\Sigma\kappa_i^2} = \sqrt{(R_d \cdot v_R)^2 + (G_m \cdot v_G)^2 + (Q_m \cdot v_Q)^2} \quad (20)$$

A $Q_m = \mu G_m$ jelölés alkalmazásával a fenti kifejezés átrendezésével a globális biztonsági tényező:

$$\gamma_m = \frac{R_m}{G_m + Q_m} = \left[\frac{1}{1+\mu} (1 - \beta\alpha_G^{(-)} v_G) + \frac{\mu}{1+\mu} (1 - \beta\alpha_Q^{(-)} v_Q) \right] \exp(\beta\alpha_R^{(+)} v_R) \quad (21)$$

alakot ölti, s ennek birtokában a teherbírás (a fenti jelölés figyelembevételével) a

$$R_m \geq \gamma_m (G_m + Q_{1m} + \sum_{i=2}^n \psi_{0i} Q_{im}) \quad (22)$$

módon igazolható.

5.3. A v_i relatív szórások értelmezése

A Kelet-Európában elfogadottnál nagyobb értékű parciális tényezőket az EN 0 kidolgozói azzal indokolják, hogy a fentiekben szereplő és a hagyományos értelmezésű relatív szórás fogalmát kibővítették, az alábbi módon.

Az *ellenállási oldal* v_R relatív szórásában az EN szerinti értelmezésben a következő három tényező játszik szerepet:

- a szilárdsági értékek relatív (mért) szórása: $v_{Rf} = \frac{s_{iR}}{R_m}$,
- a számítási modell bizonytalansága: v_{Rm0} ,
- a geometriai adatok bizonytalansága: v_{RG} .

A fentiekben s_{iR} az ellenállási függvényben szereplő paraméterek egyedi értékeinek és szórásainak figyelembevételével számítható szórás [30].

E bizonytalanságok együttes figyelembe vétele a v_R eredő szórással a

$$v_R = \sqrt{v_{Rf}^2 + v_{Rm0}^2 + v_{RG}^2} \quad (23)$$

módon számítható.

Az *igénybevétel oldalon* lévő v_E relatív szórás értékét – a v_R -hez hasonlóan – az

E hatás mért szórása ($v_{Ef} = \frac{s_{iE}}{E_m}$), az m számítási modell (v_{Em0}) és a G geometriai

modell (v_{EG}) bizonytalanságai befolyásolják. Itt s_{iE} a hatásoldali függvényben szereplő paraméterek egyedi értékeinek és azok szórásának figyelembevételével számítható szórás.

Ezek alapján az igénybevételi oldalon lévő G és Q hatások korábbi értelmezése alapján:

- a v_G eredő szórás relatív értéke:

$$v_G = \sqrt{v_{Gf}^2 + v_{Gm}^2 + v_{GG}^2} \quad (24)$$

- a v_Q eredő szórás relatív értéke:

$$v_Q = \sqrt{v_{Qf}^2 + v_{Qm}^2 + v_{QG}^2} \quad (25)$$

ahol v_{Gf} , illetve v_{Qf} a mérési adatok relatív szórása a fenti v_{Ef} értelmezésének megfelelően.

5.4. A β megbízhatósági (biztonsági) index

A fentiekben szereplő β biztonsági index (EN 0 szerinti megnevezéssel: megbízhatósági index) felvételéhez az EN 0 a 3. táblázatban szereplő módon definálja az épületek kárhányad szerinti osztályait.

3. táblázat: Épületek osztályozása a kárhányad alapján az EN 0 szerint

| Kárhányad szerinti osztály | Leírás | Példák az épületek és az építőmérnöki szerkezetek köréből |
|----------------------------|---|---|
| CC3 | Tönkremenetel esetén az emberélet elvesztésének a valószínűsége nagy , vagy a gazdasági, társadalmi, környezeti következmények rendkívül jelentősek | Lelátók, közösségi épületek, ahol a tönkremenetellel járó kár nagy (pl. koncertterem) |
| CC2 | Tönkremenetel esetén az emberélet elvesztésének a valószínűsége közepes , a gazdasági, társadalmi, környezeti következmények számottevőek | Lakó- és irodaházak, közösségi épületek, ahol a tönkremenetellel járó kár közepes (pl. irodaház) |
| CC1 | Tönkremenetel esetén az emberélet elvesztésének a valószínűsége kicsi , a gazdasági, társadalmi, környezeti következmények nem jelentősek, vagy elhanyagolhatók | Mezőgazdasági épületek, melyekben szokásos esetben emberek nem tartózkodnak (pl. raktárak), növényházak |

A teherbírasi határállapotok vizsgálatához tartozó β megbízhatósági index EN 0 szerinti, ajánlott minimális értékei a 4. táblázatban találhatóak.

4. táblázat: A β ajánlott értékei az EN 0 szerint

| Megbízhatósági osztály | A β minimális értékei | |
|------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| | 1 éves referencia-időszak | 50 éves referencia-időszak |
| RC3 | 5,2 | 4,3 |
| RC2 | 4,7 | 3,8 |
| RC1 | 4,2 | 3,3 |

Az RC2 megbízhatósági osztályhoz, és ennek megfelelő CC2 kárhányadi osztályhoz 1 éves, illetve 50 éves tervezési élettartam esetén ajánlott β megbízhatósági index EN 0 szerinti értékeit az 5. táblázat tartalmazza. Az 5. táblázat egyúttal tartalmazza a fáradási és a használhatósági határállapotok vizsgálatához rendelt β értékeket is.

5. táblázat: A β ajánlott értékei a különböző határállapotok esetén az EN 0 szerint

| Határállapot | Előírányzott β megbízhatósági index | |
|----------------------------------|---|--------------|
| | 1 év | 50 év |
| Teherbírási | 4,7 | 3,8 |
| Fáradási | | 1,5 – 3,8 1) |
| Használhatósági (irreverzibilis) | 2,9 | 1,5 |

A megbízhatósági index és a kockázat közötti $p = \Phi(-\beta)$ összefüggés normális eloszlásfüggvény alkalmazásával számított eredményét a 6. táblázatban tüntetjük fel. Itt Φ a normális eloszlás eloszlásfüggvénye.

6. táblázat: A β és a p közötti összefüggés

| | | | | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| p | 10^{-1} | 10^{-2} | 10^{-3} | 10^{-4} | 10^{-5} | 10^{-6} | 10^{-7} |
| β | 1,28 | 2,32 | 3,09 | 3,72 | 4,27 | 4,75 | 5,20 |

5.5. Az EN 0 szerinti ellenőrzési szintek

Annak érdekében, hogy a fentiekben előírányzott megbízhatósági szint teljesüljön, ezért az EN 0 a megvalósítási tervek, illetve a kivitelezés ellenőrzésének a követelményeit a megrendelő által előírányzott vagy a tervezett szerkezet funkciója szerint felvett RC1-RC3 megbízhatósági osztályoktól függően meghatározott ún. tervellenőrzési (DSL1-DSL3), illetve helyszíni ellenőrzési (IL1-IL3) szintek alapján írja elő.

6. SZABÁLYOZÁS-TÖRTÉNETI ÖSSZEFOGLALÓ

A babiloni és más építési tragédiák után szükségszerűvé vált a Kr.e. XX. században Hammurabbi szabályozó-büntető jellegű törvényeinek megjelenése. Az építési költségek csökkentése érdekében a korabeli mesterek ugyanis előszeretettel csökkentették a méreteket, vagy mellőzték a tartósabb és nagyobb szilárdságú anyagokat. A szerkezetek biztonsága ezért fokozatosan csökkent és megszorodtak az építési balesetek. Az építési balesetek és azok következményeinek kivizsgálása, illetve feldolgozása megmozgatta a kutatók fantáziáját. Galilei és Newton munkásságát követően az építéstudomány központi témája lett a tartószerkezetek megfelelő (szükséges és egyben elegendő), azaz optimális biztonságának a keresése. A Kr.u. XIX század végén és a XX. század elején a szabályzatok a szerkezetek erőtanilag megfelelőségének az igazolását a rugalmas állapot feltételezésével és az egyetlen biztonsági tényezőt használó ún. megengedett feszültségek módszerére támaszkodva írták elő. A fokozatosan csökkenő méretek és merészebb szerkezeti megoldások alkalmazásával párhuzamosan a használati állapotokra épült rugalmas számítási modell kiegészítéseként előtérbe került a törési állapot vizsgálata. A magyar Kazinczy G. (1914) rugalmas-képlékeny anyagmodell alkalmazásával vizsgálta a két végén befalazott acélgerenda teherbírását. A német Mayer (1926) az osztott biztonsági tényezős eljárás alkalmazására tett javaslatot. A szerkezetépítő statikus sajátos felelőssége miatt e kezdeményezések szabályzati alkalmazását egy időre elhalasztották. A szovjet-orosz Gvozgyev (1946) a teherbírasi és a használhatósági határállapotok vizsgálatára épülő eljárás alkalmazását indítványozta. A II. világháborút követő ötvenes évek elején, a sajátos gazdasági-politikai helyzetben Menyhárd István vezetésével az osztott biztonsági tényezős méretezési modell alkalmazására tértünk át hazánkban. E szabályozás következményeként Magyarországon kezdetét vette a tartószerkezeti biztonság fokozatos csökkentésének az időszaka (1955-1986) [16]. Az EC biztonsági szintjének a kialakításánál az ezzel kapcsolatos kelet-európai tapasztalatokat hasznosíthatták (többek között) azzal, hogy a valószínűségi elvek gyakorlati alkalmazásának előgítése céljából a megbízhatósági elmélet alapjait beépítették a legújabb EC szabványokba [1], [29], [31], [32].

HIVATKOZÁSOK

- [1] MSZ EN 1990 *A tartószerkezeti tervezés alapjai*
- [2] Palotás L.: *Vasbetonépítéstan*, Tankönyvkiadó, 1967. Budapest.
- [3] Mayer, M.: *Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Genzkräften austatt nach zulässigen Spannungen*, Verlag von Julius Springer, 1926. Berlin.
- [4] Menyhárd I. (társszerzőkkel): *Vasbetonszerkezetek új méretezési módja. A biztonsági tényezőkön és a törési elméleten alapuló számítási módszer*, *Építőipari Könyv- és Lapkiadó Vállalat*, Budapest, 1951.
- [5] Szalai K.: *Vasbetonszerkezetek*, Műegyetemi kiadó, 1987, 1996. Budapest
- [6] Bölcskei E.: *Építmények biztonsága. Műszaki Tudomány*, 413-414. 1969., Budapest
- [7] Szalai K.: *Vasbetonszerkezetek méretezés-elméletének egyes kérdései, Mélyépítéstudományi Szemle*, 1974. évfolyam 7. hó. Budapest.
- [8] Gvozgyev, A.: *A szerkezetek teherbírásának számítása a határegyensúly alapján (oroszul)*. *Gosztrojizdat*, 1949. Moszkva
- [9] Gyengő T. - Menyhárd I.: *Vasbeton szerkezetek elmélete, méterezése és szerkezeti kialakítása*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1960.
- [10] Kazinczy G.: *Kísérletek befalazott tartókkal. Betonszemle* 1914. II. évf. 4., 5, és 6. szám, 68-71., 83-87-, 101-104. old.
- [11] Korányi I.: *A szerkezetek biztonsága. Magyar Közlekedés, Mély- és Vízépítés*. 2. évf. 2. szám 76.-85. old.
- [12] Kazinczy G.: *Az anyagok képlékenységének jelentősége a tartószerkezetek teherbírása szempontjából*, Egyetemi Nyomda, 1942., Budapest,
- [13] Mihailich Gy. – Haviár Gy.: *A vasbetonépítés kezdete és első létesítményei Magyarországon*, Akadémiai Kiadó 1966. Budapest.
- [14] Keldis, V.M. (társszerzőkkel): *Építési szerkezetek számítása határállapotok alapján (oroszul)*, Állami Építési Kiadó, 1951., Moszkva, Leningrád
- [15] Bulletin D'Information N0 129. *Trial and Calculations based on the CEB/FIB Model Code for Concrete Structures*, London, 14 and 15 November 1978.
- [16] Kármán T.: *A teherhordó szerkezetek optimális biztonságáról*. ÉTI jelentés. 1965. Budapest
- [17] Kármán T.: *A tartószerkezet biztonság emberi tényezői. Közlekedésépítés- és Mélyépítéstudományi Szemle*, XXXVII. Évf. 1987. 8. szám 326.-333. old.
- [18] Mistéth E.: *Méretezéselmélet*, Akadémiai Kiadó, Budapest 2001.
- [19] Mistéth E.: *Az erőtani méretezés valószínűségelméleti alapon*. ETK 1974, Budapest.
- [20] Bölcskei E. – Dulácska E.: *Statikusok könyve*, Műszaki Könyvkiadó, 1974. Budapest.
- [21] Bódi I. - Dulácska E. - Deák Gy. - Korda J. - Szalai K.: *Statikusok könyve*, 5. fejezet Magasépítés, Műszaki Könyvkiadó, 1989. Budapest.
- [22] Deák Gy.: *Stochasztikus szemlélet a használati állapot vizsgálatánál. BME Építőmérnöki Kar Vasbetonszerkezetek Tanszéke Tudományos Közleményei*. Ankét Dr. Mistéth Endre tiszteletére 1992. Budapest, 48.-59. old.

- [23] Korda J.: A Γ -eloszlásfüggvény alkalmazása kísérletben a beton szilárdságának jellemzésére. *BME Építőmérnöki Kar Vasbetonszerkezetek Tanszéke Tudományos Közleményei*, Budapest, 1998. 87.-91. old.
- [24] Korda J. - Szalai K.: A szerkezeti betonok szilárdsági követelményei és minősítésük. *Mélyépítéstudományi Szemle*. XXIII. Évf. 1973. 3. szám 117.-125. old.
- [25] Lenkei P.: Törési határfeltételek vizsgálata vasbetonlemezek törésvonalai mentén. *ÉTI Tudományos közlemények*, Budapest, 1966., 55. old.
- [26] Lenkei P. - Szalai K.: Hungarian Experience and EUROCODE 2 *Proceedings of the Workshop*. Technical University, Prague, oct. 20. and 21. 1994. pp. 114-122.
- [27] Kovács B.: A „nyírt fal” modell. *BME Építőmérnöki Kar Vasbetonszerkezetek Tanszéke Tudományos Közleményei*. Budapest, 1997. 113.-119. old.
- [28] Kovács, B.: *Stiffening analysis of buildings erected in the IMS system*. Technical University of Budapest. Department of Reinforced Concrete Structures. 1992.
- [29] Szalai K. - Farkas Gy. - Kovács T.: A teherhordó szerkezetek kelet- és nyugat európai biztonsági szintjeinek optimalizálása az EC előírásokban, *Közúti és Mélyépítési Szemle* 52. évf. 2002.5. szám 203-210. old.
- [30] Szalai K.: A szerkezeti anyagok parciális tényezőinek összetevői. *BME Építőmérnöki Kar Hidak és Szerkezetek Tanszéke Tudományos Közleményei*. Budapest 2002.
- [31] Farkas, Gy. – Kovács, T. – Szalai, K.: Synthesis of safety levels approved in East- and West-Europe in the Eurocode. *Proceedings of the fib 2002 Congress on Concrete Structures in the 21st century*, Vol 2, Session 11, Osaka, October 13-19, 2002, pp. 7-8, CD ROM
- [32] Szalai K.: Az osztott biztonsági tényezős méretezés bevezetése Magyarországon 1949/51 években. *Tartószerkezeti kutatások évfordulós kötet Lenkei Péter tiszteletére*. Pécs 2003.